후원 특징: 비디오 게임을 위한 유체 시뮬레이션 (1 편)
(Sponsored Feature: Fluid Simulation for Video Games (Part 1))

마이클 골레이 (Michael Gourlay)
가마수트라 등록일(2009. 10. 15)

http://www.gamasutra.com/view/feature/4164/sponsored_feature_fluid_.php?page=1

[인텔의 비쥬얼 인터넷 사이트의 일부와 중부 플로리다 대학교 인터랙티브 엔터테인먼트 학교의 미이클 J. 골레이 박사가 쓴 본 후원 특징은 유체 역학과 그 시뮬레이션 기술을 설명하고 있는 여러 개의 연속 부분으로 시작한다.]

유체 역학 개요

비디오 게임들은 우리의 욕구로 하여금 환경을 탐구하여 상호작용하도록 흥미를 끌고 있으며, 유체 운동과 같은 실제 세계의 현상들을 덧붙임으로써 게임 개발자들이 몰입할 수 있으며 재미있는 가상 세계를 창조하도록 만들어 주고 있다. 최근, 물리적 시뮬레이션은 더욱 실제처럼 되었지만, 시뮬레이션은 대부분 경직된 물체에 한정되어 있다.

천과 유체와 같은 지속적인 매체의 보급 시뮬레이션은 대개 유체 역학이 유체의 시뮬레이션을 어렵게 만드는 개념적이고 컴퓨터적인 도전을 수반하고 있기 때문에, 일반화되지 못하고 있다. 이 기사는 유체 역학과 그의 시뮬레이션 기술에 관하여 설명하고 있는 3 부로 시작하고 있다. 이 기사는 비디오 게임에서의 사용에 적합한 유체 시뮬레이션 알고리즘의 예에서 절정에 달한다.

유체 시뮬레이션을 시작하기 위하여, 여러분은 유체 역학의 기초를 이해할 필요가 있다. 약간의 기초를 살펴보면서 시작한다.

유체란 무엇인가?

유체란 흐르지만 (다른 말로 하자면, 용기에 따라 그 모양이 변하는 물질), 모양 변형 (끌어낼 때 미끄러짐을 의미함)을 거부하지 않는 어떠한 물질이다. 사람들은 종종 유체와 액체를 혼용하여 사용하고 있지만, 기술적으로 유체라는 말은 액체나 기체를 말한다. 액체가 그 모양이 용기에 별 상관없는 독특한 "자유 표면"을 가지고 있는 반면에, 기체는 그 용기를 가득 채운다. (종종, 여러분이 액체를 시각화시키기 위하여 컴퓨터 그래픽을 사용할 때, 여러분은 표면-예를 들어, 연못의 잔물결이나 물의 흐름-만을 표현한다.) 액체와 기체를 구분 짓는 것은 여러분이 유체를 만드는 방법에 영향을 미칠 수 있으나, 둘 다 똑 같은 기본 유체 공식을 따라야 하며 비슷한 특징을 가지게 된다.

그러면, 연기는 어떠한가? 연기는 기체처럼 해동하는 것처럼 보이지만, 아마도 액체의 표면처럼 명확하지는 않지만, 또한 한 종류의 표면을 가지고 있는 것으로 보인다. 대답은 연기는 실제로 기체와 작은 부유 미립자의 결합이며, 이 미립자의 결합을 에어로졸(연무질)로 부르고 있는 것이다. 미립자들은 운동에 필요할 정도의 영향을 미치지 아니하면서 기체의 운동을 따른다 (그리고 게임 플레이어들에게 그 운동을 보게 한다). 여러분은 대개 이러한 특징(예, 밀도나 구조)중 하나가 변하는 기체처럼 연기를 취급할 수 있다.

물리적 시뮬레이션의 다양성

유체 역학이 대부분의 비디오 게임 프로그래머들에게 친숙하지 않은 반면에, 물리적 시뮬레이션의 일부 형태는 보편화 되어 있다. 정황상, 유체 시뮬레이션이 물리적 현상의 스펙트럼과 잘 맞는 곳을 알아보자.

입자들은 그림 1(a)에서와 같이, 위치, 질량, 속도 등을 가지지만 크기, 모양 (이론상) 등이 없는 점들이다. 힘과 운동 사이의 관계는 선형이다. 입자들은 시뮬레이션하기에 쉽지만 흥미롭지는 않다.

고체는 예를 들어 블록이나 공처럼, 위치, 질량, 속도 등과 더불어 모양과 방향을 가지고 있다. 만약 여러분이 입자에 “모양”의 개념을 더한다면, 여러분은 그림 1(b)와 같이 고체를 얻을 수 있다. 고체도 역시 시뮬레이션 하기 쉬우며, 대부분의 어려운 점은 충돌을 감지하고 반응하는 데에서 온다. 덩어리에 있는 대부분이 계속 아무 것도 움직이지 않더라도 덩어리 밖의 물체와 충돌하기 때문에, 물체 덩어리는 대개 설명하기에 가장 어렵다.

그림 1(c)에 나와 있는 관절로 연결된 물체는 고체의 네트워크(예, 캐릭터 모델)로 연결되어 있다. 이 물체들은 접촉점들이 움직일 수 데에 제한된 방향만을 가지고 있는(구속이라 부름) 충돌 형태에서 지속적으로 관련 있는 고체와 동일하게 행동한다.

중력

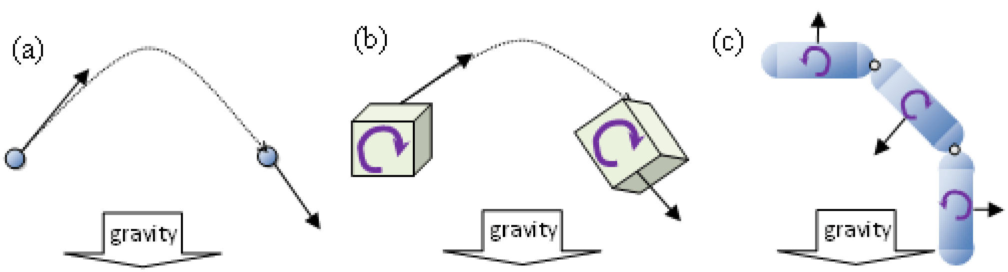

그림 1. 간단한 물리 현상 : (a) 입자, (b) 고체, (c) 관절로 연결된 물체

변형 가능한 물체들은 모양을 변화시킬 수 있지만, 물체의 여러 점들의 연결과 인접을 그대로 유지하고 있다. 이것을 꼭지점 사이의 모서리들이 연결된 어느 모서리를 변화시키지 않지만 꼭지점의 위치가 움직일 수 있는 모델을 생각해 보라. 그들의 형태는 그들의 부피에 달려 있다:

1D. 그림 2(b)에 나와 있는 실, 끈, 줄, 체인, 머리카락 등등.

2D. 그림 2(b)에 나와 있는 천

3D. 그림 2(c)에 나와 있는 캐릭터 모델의 흔들리는 조각들과 같은 부드러운 몸체

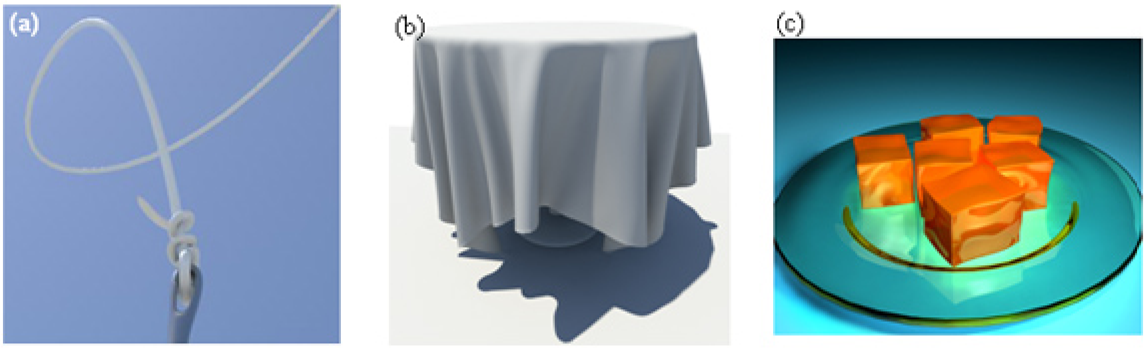

그림 2. 변형 가능한 물체: (a) 실, (b) 천 (c) 부드러운 물체.

*유체*는 자유로운 운동을 할 수 있다. 운동은 비직선 (자세한 것은 나중에)이며, 그들의 모양과 위상은 그림 3 에 나와 있는 것처럼 변할 수 있다. 유체는 특별한 시뮬레이션 기술이 필요하다: 유체는 용기의 모양을 따르고 있어 그 자신을 포함하여 그 주위의 모든 물질들과 항상 충돌하기 때문이다. 따라서, 유체의 한 부분과 충돌하는 것은 실제로 유체의 전체 몸체가 반응해야 함을 의미한다.

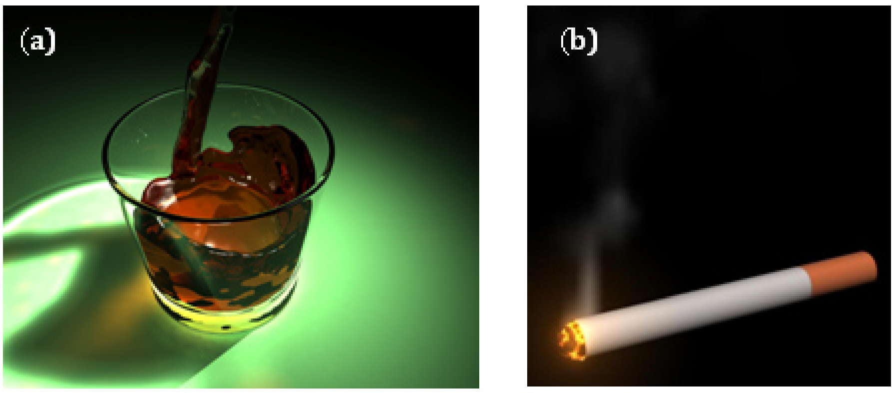

그림 3. 유체 : (a) 액체 (b) 연기

표현 및 좌표계

여러분은 최소 두 가지 방법으로 유체를 만들 수 있다: 필드나 상호작용하는 입자의 집합으로. 두 가지 관점은 유용하며, 여러분은 종종 그들 사이를 바꾸기도 하며 합하기도 한다.

필드 기반 시스템

유체를 포함하고 있는 지역에서 각 점에 대하여, 여러분은 한 세트의 특성-속도, 밀도, 온도, 압력-을 생각할 수 있다. 점들의 위치는 결코 움직이지 않는다. 필드로써 이러한 유체의 처리를 오일러의 관점이라 부른다. 그림 4(a)는 간단한 사례를 보여주고 있다: 한 박스의 기체.

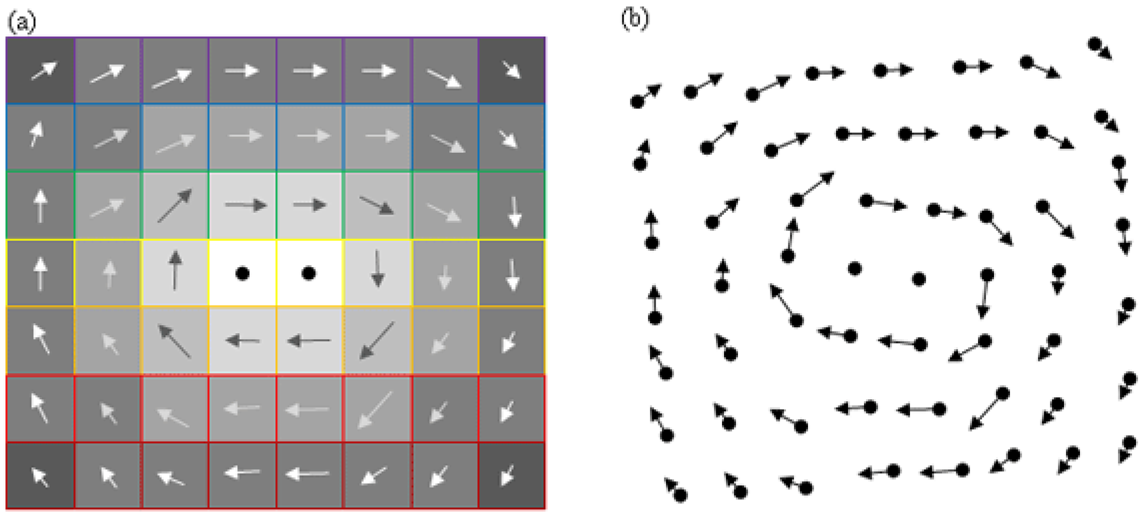

그림 4. 유체의 필드 기반과 입자 기반 관점. 격자 기반: 각 점은 속도(화살표), 밀도(상자 채움), 압력 (화살표 색)과 온도 (상자 바깥 선)과 같은 유체 특성을 가지고 있으며, 격자 점은 결코 움직이지 않는다. (b) 입자 기반: 각 입자는 *위치에 덧붙여* 유체 특성을 가지고 있으며, 각 입자는 움직인다.

입자 기반 시스템

여러분은 또한 여기저기 움직이는 커다란 입자(혹은 꾸러미)의 모음의 관점에서 유체를 생각할 수 있다. 각 꾸러미는 위치, 속도, 밀도와 온도 등과 같은 특성을 가지고 있다. 위치가 격자에 고정되어 있는 오일러 관점과 반대로 여기 위치의 부가물에 주의하라. 이러한 유체의 처리를 라그랑주 관점이라 부른다. 그림 4(b)는 움직이는 입자의 모음으로써 유체를 나타내고 있다.

유체 특성

현미경 수준에서, 유체는 상호작용의 원리가 충돌인 막대한 수의 분자로 구성되어 있다. 하지만, 분자의 수가 너무 많아 여러분은 실용적으로 그것들을 분자로 취급하지 못한다. 대신, 여러분이 입자의 무리가 단지 입자의 모음보다 다르게 행동하는 특수 물질과 같이 행동하는 것처럼 하는 것을 의미하면서, 여러분은 통계적으로 분자를 취급해야 한다. 이러한 특수 취급은 (다른 것들 중에서) 유체가 자체적으로 상호작용하는 방법의 특성을 기술하는 유체에 대한 "체적 특성"에 기인하는 것을 의미한다.

유체가 가질 수 있는 가장 흔하고 중요한 특성들은 다음과 같다:

압력. 압력은 그림 5(a)에서 나타나 있는 것처럼, 유체가 그 용기에 적용하는 힘과 유체에 파묻혀 있는 다른 고체뿐만 아니라 유체 꾸리미에 적용되는 정상적인 힘을 말한다.

점성. 유체는 또한 전단력을 가지고 있는데, 이것은 유체를 비틀며 유체를 가로지르며 행동한다. 점성은 그림 5(b)에서 보여지는 것처럼, 유체가 그러한 비틀림에 저항하는 정도이다. 두꺼운 유체 (시럽과 같은)는 높은 점성을 가지고 있으며, 얇은 유체 (물과 같은)는 낮은 점성을 가지고 있다.

밀도. 밀도는 얼마나 많은 물질들이 유체의 각 작은 공간의 부피에 들어있는가를 나타낸다.

온도. 온도는 유체 꾸러미에서 얼마만한 열이 머물고 있는가를 말한다. 온도 그 자체로는 유체가 움직이는 방법에 직접적으로 영향을 미치지 않지만, 이것은 압력과 밀도에 영향을 미칠 수 있으며, 차례로 운동에도 영향을 미친다.

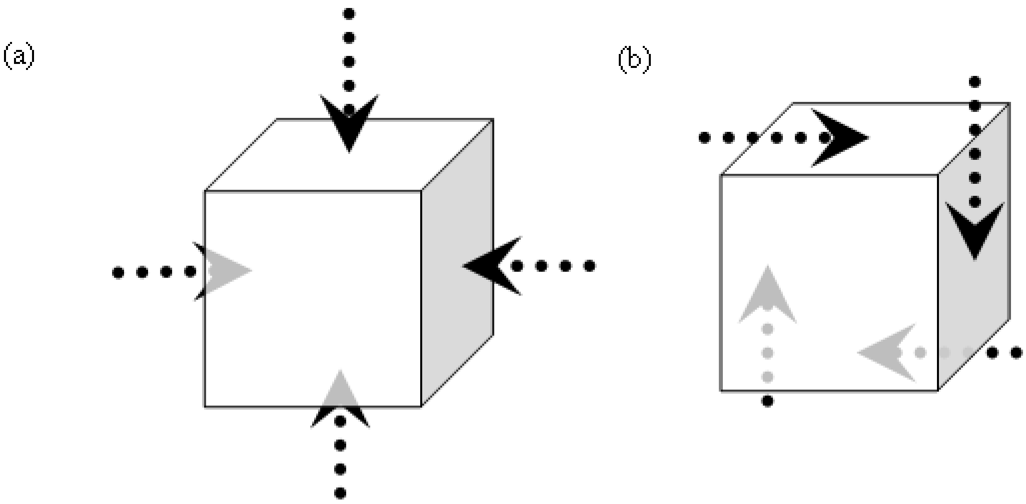

그림 5. 스트레스의 구성요소: (a) 정상 (압력), (b) 전단

유체는 여러분이 더욱 특별한 유체 시뮬레이션 (예, 연소 가스)을 위한 설계에 포함시키기를 원하는 더욱 복잡한 점성 (예, 마음대로 모양을 바꿀 수 있는 물건, 혈액이나 점액)이나 구성 (예, 연료, 산소, 배기가스)과 같은 다른 더욱 정교한 특성들을 가질 수 있다.

지배 방정식

고체와 같은 다른 물리적 현상과 같이, 방정식의 시스템은 유체가 시간이 지남에 따라 어떻게 방출되거나 변하는 가를 설명하고 있다. 우리는 이들 방정식을 지배 방정식으로 부른다. 고체에 대하여, 지배 방정식에는 $\vec{F} = m\vec{a}$ 으로 표현되는 뉴톤의 제 $_2$ 운동 법칙이 포함되어 있는데, 여기에서 $\vec{F}$ 는 물체에 작용하는 힘을, m 은 그 질량을, 그리고 $\vec{a}$ 는 그 가속도이며, 즉, 그 속도는 시간이 지남에 따라 방향과

속도가 바뀐다는 것이다. 유체는 더욱 복잡하여 한 세트의 지배 방정식 이상을 가지고 있다. 게다가, 각 세트의 방정식은 다양한 형태를 가지는데, 이것은 여러분이 만들기를 원하는 어떠한 종류의 유체인가에 따라 변할 수 있다. 유체 운동을 만드는 조기 단계에는 사용할 지배 방정식을 선택하는 것이 포함되어 있다. 이 목록은 비교적 간단한 형태를 선택한다.

유체를 만드는 것은 단순한 그 운동 이상을 포함하고 있다: 여러분은 또한 내부 상태 (압력, 밀도, 온도), 열 전달과 기타 특성을 만들 수 있다. 이것과 그 일련의 다른 목록들은 온도와 밀도가 유체를 통하여 일정하다는 것을 가정하고 있으나, 만약 여러분이 더욱 정교한 유체 흐름을 만들기를 원한다면, 여러분은 상태의 방정식 (예, 이상적인 기체 법칙)과 열확산 (예, 푸리에 열전도)와 같은 개념을 찾아보아야 한다는 것을 기억하라.

편미분 검토

이 절에서는 미분학에 관한 아주 간략한 개관을 제시하고 있다.

첫 째, 몇 가지 용어: 스칼라 값은 단일 구성요소(예, 높이)를 가진다. 반대로, 벡터는 다양한 구성요소를 가진다. 예를 들어, 2-벡터는 2 개의 구성요소 (예, x 와 y)를 3-벡터는 3 개의 구성요소를 가진다. 비슷하지만 분명한 개념은 함수가 얼마나 많은 변수들에 달려 있는가 하는 함수의 차원성이다. 따라서, 1D 함수는 하나의 변수(예, f(u))의 함수이며, 2D 함수는 2 개의 변수(예, f(u,v))의 함수이다. 여러분은 이러한 관념들을 결합시킬 수 있다. 여러분은 종종 f(x)로 표시되는 하나의 변수의 스칼라 함수에 친숙해 있다. 하지만, 여러분은 또한 다양한 변수의 스칼라 함수들 (예, 단일 값은 높이-필드와 같은 2D 표면에 있는 모든 점들에서 정의되어 있다)과 다양한 변수의 벡터 함수들 (예, 다양한 값들은 흐름 필드에서 속도의 구성요소처럼, 3D 체적에서 모든 점에서 정의되어 있다)을 가질 수 있다.

여러분은 도함수가 곡선에 접하는 선의 기울기라는 개념을 연상할 것이다. 여러분은 고차원의 스칼라와 벡터 함수에 대한 도함수의 그러한 개념을 연장할 수 있다. 결과의 연산자에는 아래에 자세히 나와 있는 기울기, 발산과 회전 등이 포함되어 있다.

기울기

1D 스칼라 함수 (즉, 하나의 값을 가지는 하나의 변수의 함수)의 도함수는 그림 X(a)에 나와 있는 것처럼, 주어진 점에서 함수에 접하는 선의 기울기라는 것을 생각하라. 똑같이, 더 많은 변수의 스칼라 함수의 기울기는 그림 X(b)에서 묘사하고 있는 것처럼, 그 함수의 **기울기**를 따라 향하고 있는 벡터를 만들기 위하여 조합한 편도함수의 조합(각 변수마다 하나)이다.

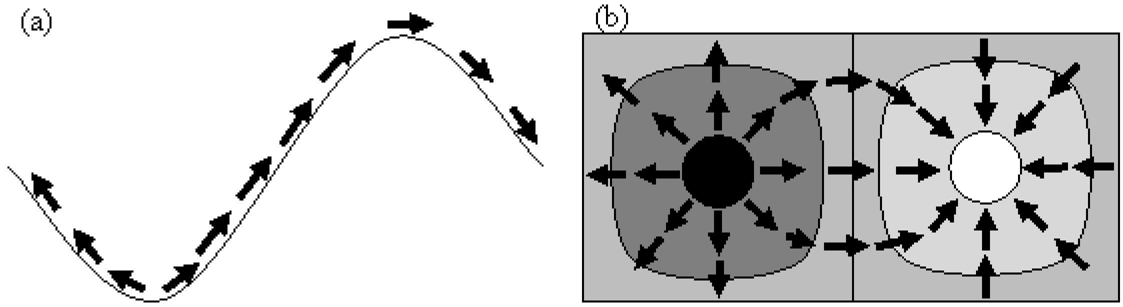

그림 X: 스칼라 함수의 도함수 1D 스칼라 함수의 일반적인 도함수는 곡선에 접하는 선의 기울기이다. (b) 2D 스칼라 함수 (예, 영역의 높이)의 기울기는 “영역”의 기울기를 가리킨다.

발산

벡터 기능의 발산은 필드가 주어진 점으로부터 얼마나 바깥쪽으로 흐르는가를 가리킨다. 그림 Y(a)에서는 발산을 하고 있는 함수를 나타내고 있다. 벡터 필드의 발산은 자체로 스칼라라는 것에 주목하라. 만약, 벡터 필드가 속도 필드라면, 양의 발산은 점에서 질량이 감소하고 있음을 의미한다. 비어 있는 압축 가스 탱크를 생각해 보라. 그 탱크의 부피는 일정하지만 탱크 안에 있는 가스의 양은 가스가 바깥으로 빠져나갈수록 줄어든다.

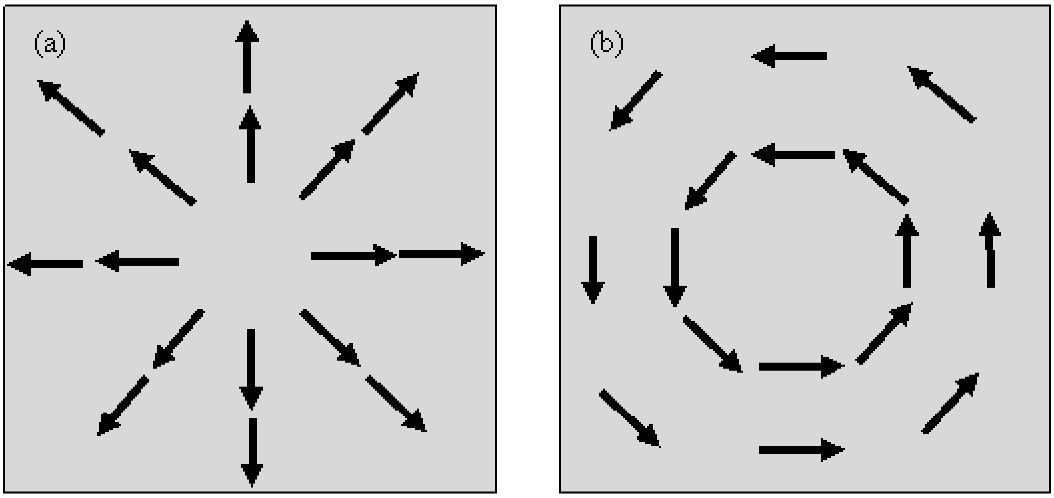

그림 Y: 벡터 함수의 도함수 비회전 벡터 필드는 발산만 할 뿐이다 (회전 없음). (b) 솔레노이드 벡터 필드는 회전만 할 뿐이다 (발산 없음).

회전

벡터 장의 회전은 각 점에 관한 회전의 양을 가리킨다. 그림 Y(b)는 회전을 가지고 있는 벡터장을 보여주고 있다. 속도장의 회전을 소용돌이도라 부른다. 회전은 자체로 벡터임에 주목하며, 그 방향을 찾기 위하여, 우리는 “오른손 법칙”을 사용한다: 벡터의 방향을 따라 여러분의 오른손의 손가락을 접고서 여러분의 엄지손가락을 회전의 방향을 따라 가리킨다. 그림. Y(b)에서, 회전은 페이지를 지적한다.

헬름홀츠 분해

벡터 계산법의 원리는 여러분이 **비회전** 부분 (회전이 없는)과 **솔레노이드** 부분 (발산이 없음)의 종합으로써 벡터장을 나타낼 수 있음을 말하고 있다.

모멘텀

블록에 대한 뉴턴의 제 2 운동법칙 $\vec{F} = m\vec{a}$ 를 생각하라. 가속도는속도의변화율이다. 즉, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$. 그리고질량으로각변을나누면 $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}}{m}$ 로쓸수있다. 이제, 그림 6(b)에서 나타나 있는 것처럼, 다른 블록과 접하고 있는 블록을 생각하라, 그리고 두 개의 블록은 그림 6(c)에서 나타나 있는 것처럼, 서로서로 관련되어 움직이고 있다. 각 블록은 현재 그 위에 작용하는 다양한 힘을 가지고 있다: 수직력, 마찰력, 그리고 물체력 (중력). 힘에 관한 항 $\frac{\vec{F}}{m}$ 을 확장하면, 여러분은 $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\vec{F}_n}{m} + \frac{\mu}{m}\vec{F}_n + \frac{\vec{F}_{ext}}{m}$ 을 얻을 수 있다.

속도

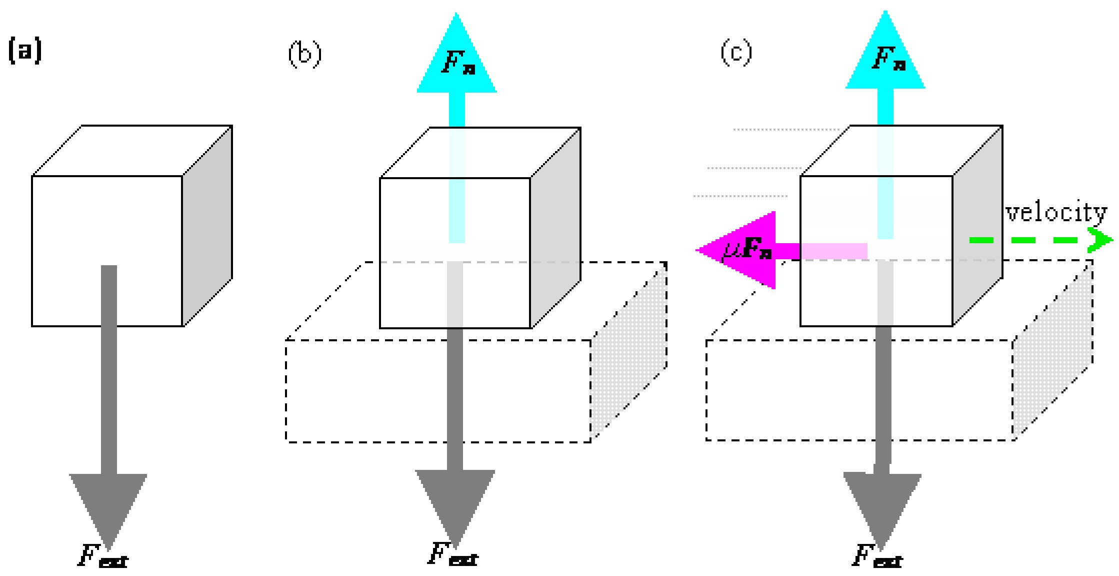

그림 6. 블록에 대한 힘의 도식; (a) 접촉이 없는 경우, (b) 휴지 접촉, (c) 미끄러지는 접촉

뉴턴의 운동법칙과 비슷하게, 나비에-스토크스 방정식은 힘의 결과로써 속도가 어떻게 변하는지 나타내고 있다:

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} = \frac{-\vec{\nabla}p}{\rho} + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2\vec{v} + \frac{\vec{f}_{ext}}{\rho}$$

여기에서, $\vec{v}$는 시간과 공간의 점에서의 속도이며, t 는 시간, p 는 한 점에서의 압력, ρ 는 한 점에서의 유체의 밀도, μ는 점성을, 그리고 $\vec{f}_{ext}$는 유체에 작용하는 중력과 같은 외부의 힘이다.

블록의 방정식에 대한 유사점과 차이점에 주목하자. 둘 다 속도가 시간의 흐름에 따라 어떻게 변하는가를 나타낸다. 둘 다 외부의 힘뿐만 아니라, 접촉으로부터 발생하는 힘을 포함하고 있다. 하지만 유체 방정식은 이해하려면 약간의 노력이 필요한 왼쪽의 $(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}$, 여분의 항을 가지고 있다.

좌항은 가속도를 나타내며 특별한 의미를 가진다. 여러분은 새로운 연산자 $\frac{D}{Dt}$로써, 그들을 다시 쓸 수 있다:

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\equiv\frac{D\vec{v}}{Dt}$$

이 공식은 독립 도함수, 수평 도함수, 라그랑주 도함수와 입자 도함수 등 여러 이름으로 부르고 있다. 이들 이름은 그 특이한 의미에 실마리를 주고 있으며, 이것은 어떤 의미에서 유체 운동의 핵심이다. 따라서, 이것을 분석하여, 유체 운동을 이해해야 하기 때문에, 여러분은 이 도함수를 이해해야 한다.

$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}$ 항은 고정된 지역에서 유체 속도가 시간이 지남에 따라 어떻게 변하는지를 나타내고 있다. 그림 7 에 나타나 있는 것과 같이 우리에게 오일러 관점을 상기시켜주는 "고정 지역에서"의 한정하는 것을 주목하고, 여기에서 여러분은 필드로써 유체를 나타내며, 그 필드에서 고정 지역에서 유체 특성이 시간이 지남에 따라 어떻게 변하는가에 관한 질문에 대답할 수 있다. 따라서, 이 항은 간단히 유체 필드에서 하나의 점에 시간이 지남에 따라 속도의 변화(즉, 가속도)를 나타내고 있다.

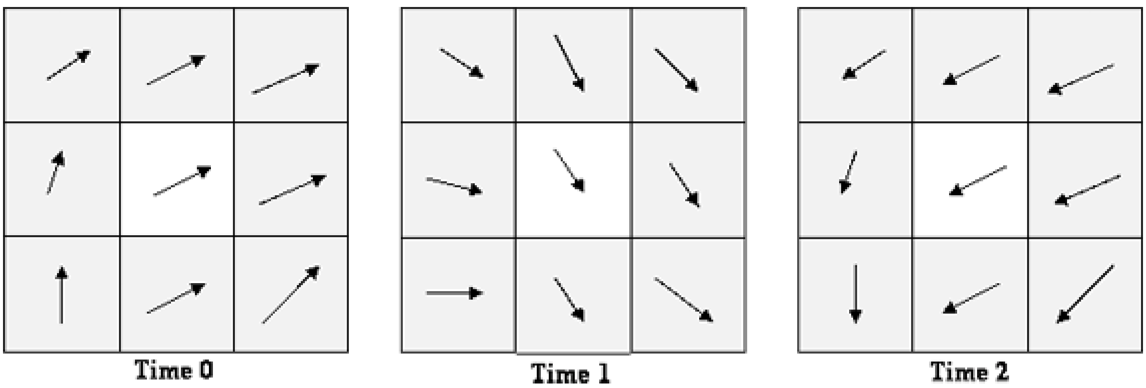

그림 7. 오일러 가속도: 고정 지역에서 시간이 지남에 따른 속도의 변화

$(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}$ 항은 미묘하다: 이것은 수평항으로 부르며 (그림 8 참조), 그 유체 꾸러미가 여기저기 돌아 다닐 때, 기본적으로 속도장에서 여기저기 돌아다니는 결과로써 속도 변화에서 유체 꾸러미의 속도가 어떻게 변하는 가를 나타내고 있다. 다시, 속도는 장에서 모든 점이 속도를 가지고 있다는 필드이다라고 가정해 보자. 이것은 곳곳에 미끄럼보도(움직이는 보도)를 가지고 공항에서 여기저기 걸어다니는 것과 같을 것이다. 그리고, 이들은 다른 장소에서 다른 방향과 다른 속도로 움직이고 있는 이상한 미끄럼보도이지만, 각 지역에서의 방향과 속도는 똑같다. 이러한 어지러운 공항에서 돌아다니고 있다고 가정해 보라: 여러분이 서있는 장소에 따라, 미끄럼보도는 여러분은 다른 방향과 속도로 데리고 갈 것이다. 이 어지러운 미끄럼보도의 네트워크에서 걷지 않고서 서 있다면, 여러분은 속도와 방향을 바꿀 것이다. 여러분은 흐름장을 따르는 결과로써 간단히 가속시킬 수 있다.

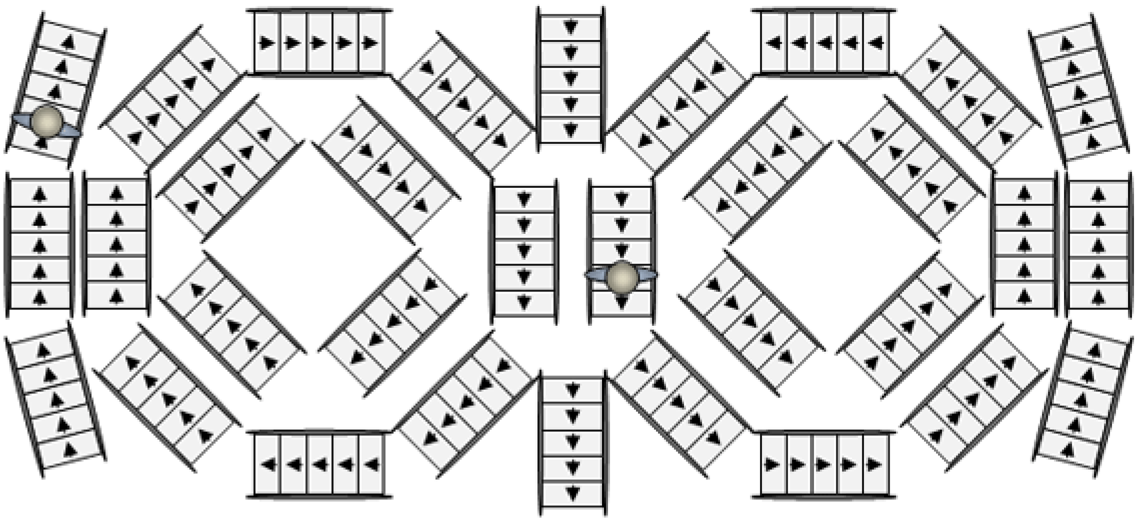

그림 8. 수평 가속도: 각 점에서 속도는 일정하지만 장을 따르고 있는 추적자는 추적자가 가속되도록 야기시킨다.

수평항, $(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}$ 은 그 두 배의 속도를 가지는 것에 주목하라: 그러한 반복으로 운동은 비직선으로 된다. 사람들이 유체의 비직선 운동에 관하여 말할 때, 그들은 이 항 – 수평 가속도에 관하여 언급한다. 이 항은 유체가 그러한 복잡한 운동을 가지고 있는 주요한 이유이다. 시뮬레이션을 쓸 때, 여러분의 노력에 대한 좋은 대접은 이 항을 처리하는 것이다.

여러분이 이 두 항을 조합할 때, 여러분은 유체 꾸러미가 유체장을 따르고 있으며 시간에 맞추어 변화하는 유체장 자체의 결과로써 유체 꾸러미가 어떻게 양 쪽을 가속시키는지 물을 것이다. 여러분이 이러한 것에 관하여 함께 물을 때, 여러분은 라그랑주 관점을 채택하는 것인데, 즉, 여러분은 유체를 입자의 모임으로 생각하게 된다. 따라서, 오일러와 라그랑주 관점의 차이는 모멘텀 방정식의 좌변이나 우변에서 여러분이 수평항, $(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}$ 을 놓는 곳에서 효율적으로 요약할 수 있다.

질량

압력이 유체의 꾸러미에 적용시킬 때, 유체는 압축되거나 팽창할 수 있다. 여러분은 그 지점에서 유체의 유입이 유체의 양을 변화시킬 수 있다고 단순히 말함으로써 이것을 수학적으로 압축이나 팽창으로 표현하고 있다:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v})$$

시각적 효과를 위하여, 여러분은 보통 압축률을 무시하고 $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$ 에 대한 이 방정식을 단순화 시킨다. 그러한 경우에, 압력은 속도와 합쳐지게 되며 우리는 모멘텀 방정식으로부터 압력항을 없애버릴 수 있다 (하지만, 우리가 2 차 조항에서 보는 것처럼, 압력은 다른 형태로 다시 나타난다). 0(제로) 발산의 어떠한 벡터장을 “솔레노이달”이라 부른다. 이러한 상태는 유체 시뮬레이션에서 몇몇 복잡한 문제를 야기시키면서 끝나는데, 여기에서 이 시리즈의 2 차 조항은 다시 올 것이다.

질량은 또한 이류와 확산을 할 수 있으며, 이러한 경우에, 그의 지배 방정식의 형태는 압력항이 없는 것은 제외하고 위에 주어진 모멘텀 방정식을 닮아 있다. 달리 말하면, 밀도는 흐름과 확산을 따르고 있다.

소용돌이도

여러분은 소용돌이가 직관에 호소하고 있기 때문에, 하나 혹은 다양한 소용돌이를 쉽게 상상할 수 있다. 토네이도, 배수관을 따라 흐르는 물, 혹은 커피속에서 젓는 우유를 보았던 사람이라면 소용돌이를 보았을 것이다. 고리모양의 담배연기 또한 스스로 고리를 만드는 소용돌이인 실제 고리모양의 소용돌이이다. 유체역학에서, 이 고리들이 자신의 영구적인 수명을 가지고 있는 것처럼 보이기 때문에, 우리는 이 고리들을 밀착구조라 부른다. “소용돌이도” 방정식에서는 이 구조들이 어떻게 전개되는가를 설명하고 있다.

소용돌이도, $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$ (속도의 회전)는 유체가 어떻게 회전하는 가를 설명하고 있다. 모멘텀 방정식의 회전을 사용하여, 여러분은 소용돌이도 방정식을 유도할 수 있다:

$$\underbrace{\frac{D\vec{\omega}}{Dt}}_{\text{Change in Vorticity}} = \underbrace{(\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}}_{\text{Stretching tilting}} + \underbrace{\nu \nabla^2 \vec{\omega}}_{\text{Viscous diffusion}} + \underbrace{\frac{\vec{\nabla}\rho \times \vec{\nabla}p}{\rho^2}}_{\text{Buoyancy}} + \underbrace{\vec{\tau}}_{\text{External torque}}$$

이 방정식을 풀면, 여러분은 유체 운동의 완전한 설명을 얻을 수 있다. 소용돌이도는 유체에 독특한 소용돌이 운동을 주고 있다. 그림 9 에서는 간단한 소용돌이 흐름의 예를 보여주고 있다.

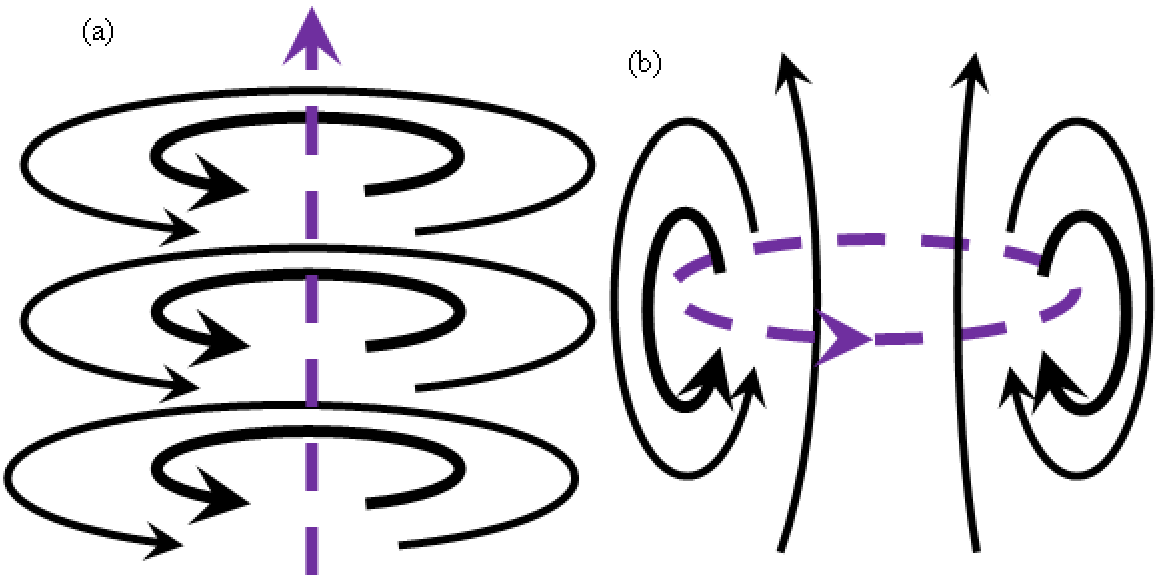

그림 9. 소용돌이와 그 흐름: (a) 선 소용돌이 (보라색 점선)과 그 주위의 회전 흐름 (검정색 실선), (b) 고리 모양의 소용돌이와 그것을 통과하여 흐르는 “제트”

응력항 $(\vec{\omega}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}$ 은 그림 10 에서 보는 것처럼, 소용돌이의 확장과 기울기를 설명하고 있다. 소용돌이 확장은 흐름에서 커다란 크기에서 작은 크기로 에너지의 격렬한 단계적인 반응에서 중요한 과정으로 3D 흐름에서만 발생한다.

빠르게

느리게

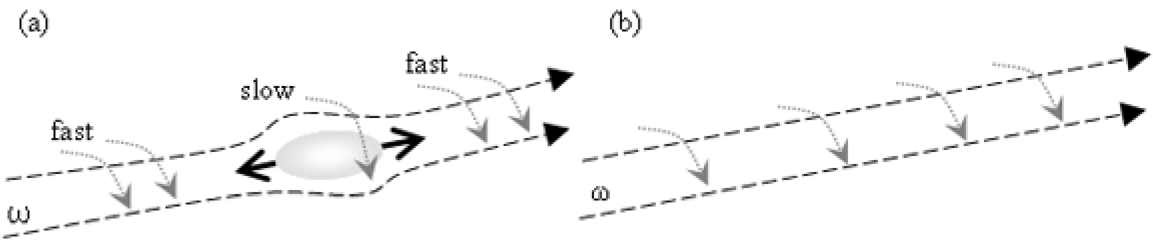

그림 10. 소용돌이 확장: (a) 팽창한 곳에서 바깥쪽으로 흐르는 속도를 가지고 팽창한 부위를 가지고 있는 소용돌이 튜브는 팽창부분을 줄어들게 한다. (b) 팽창한 것이 뽑어져 나온 이후에, 튜브가 수축하였다: 거기에서 회전화는 질량은 각 모멘텀을 보존하기 위하여 감소하였으며, 소용돌이도는 증가하였다. 다른 말로 하자면, 처음에 튜브가 아주 서서히 회전하는 곳에서 튜브는 더 빠르게 회전하고 있다.

점성항, $\nu\nabla^2\omega$ 은 소용돌이도의 확산을 설명하고 있는데, 즉, 마찰의 결과로 소용돌이도가 어떻게 발산하는가이다.

최종항은 부력을 나타내고 있는데, 이것은 (그림 11 에 나와 있는 것처럼) 전도 구역을 만들어. 여기에서, 평형상태의 농도를 가진 유체(예를 들면, 가벼운 유체 위의 무거운 유체)가 회전하는 흐름을 만들며 유체를 평형상태로 가져가려는 경향이 있다 (즉, 가벼운 유체 아래에 무거운 유체를 두는 것).

저밀도	밀도 기울기	압력 기울기	
고밀도	토크		토크

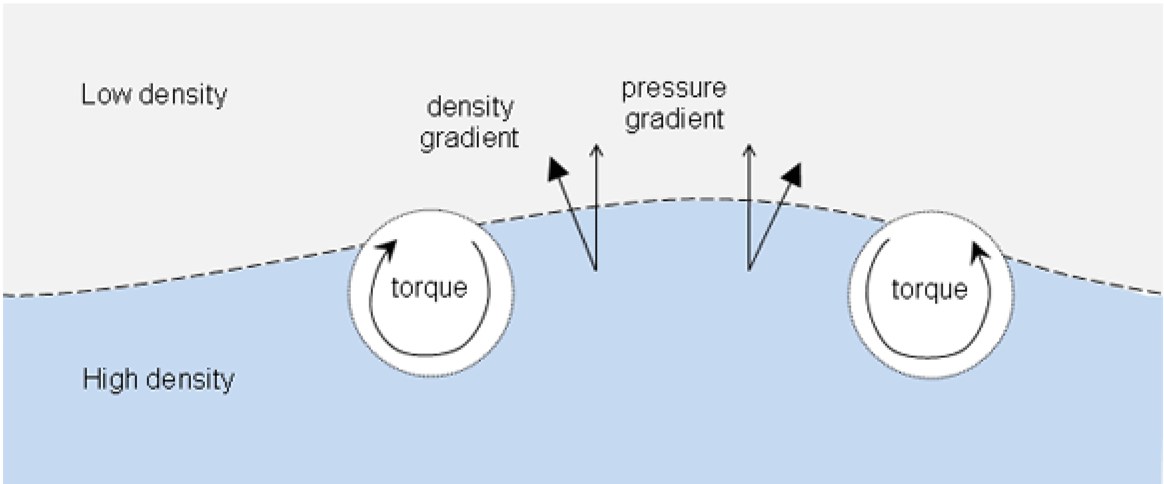

그림 11. 유체를 바른쪽으로 유지하기. 압력 기울기와 밀도 기울기가 평행하지 않는 곳에서, 유체층을 평형으로 가져가기 위하여 소용돌이도가 형성된다.

모멘텀 방정식은 압력을 사용하므로 유체 역학 방정식을 풀기 위한 이러한 접근법은 때로는 속도-압력 공식화 혹은 초기 변수 공식화라 부른다. 반대로, 소용돌이도 방정식은 압력을 필요로 하지는 않지만 속도는 필요하므로, 유체 역학 방정식을 풀기 위한 이러한 접근법은 때로 소용돌이도-속도 공식화라 부른다.

소용돌이도 방정식은 모멘텀 방정식의 여분이다: 둘 다 동등하기 때문에, 여러분은 단지 둘 중 하나만 풀면 된다. 일단 여러분이 소용돌이도의 생각에 익숙해지게 되면, 특히 여러분이 쉽게 그리고 직관적으로 소용돌이를 인식하고 그 운동을 따라갈 수 있기 때문에, 모멘텀보다 연구하기가 더 쉽게 된다.

경계선 조건

유체는 그들의 용기, 유체 속에 들어있는 물체와 섞이지 않는 기타 다른 유체(예, 공기와 물)와 상호작용 한다. 여러분은 두 가지 구성요소를 가지고 있는 경계선으로 이들 상호작용을 표현할 수 있다:

통과 못함. 유체는 물체의 안이나 밖으로 흐르지 못한다.

노 슬립. 유체는 물체를 물체를 건너지 못한다. (양자택일로, 여러분은 슬립이 없는 경계를 사용할 수 있는데, 이것은 완벽하게 현실적이진 않지만 점성없이 유체에 적용할 수 있다.)

경계선 조건은 유체 흐림이 어떻게 물체의 운동에 영향을 미치는가 뿐만 아니라 물체가 유체 흐름에 어떻게 영향을 미치는가도 표현하고 있다. 이 문제는 다양한 해결책을 가지고 있다. 예를 들면, 여러분은 유체와 물체 사이의 충격을 교환하기 위하여 경계선상의 압력장에 관하여 질문을 하거나 보호법 (선과 각도 모멘텀과 같은)을 사용할 수 있다.

요약

유체 시뮬레이션을 비디오 게임에 덧붙이면 게임을 더욱 몰입적이고 흥미진진하게 만들 수 있다. 본 기사에서는 유체 운동을 시뮬레이션하는데 사용하는 알고리즘의 설명을 준비하기 위하여 유체 역학 특성과 방정식을 소개하였다. 여기에는 자유와 비직선 운동에 대한 더 나은 등급을 포함하고 있기 때문에, 유체 역학은 고체 역학과 같은 물리 현상의 다른 친숙한 형태보다 더욱 복잡하다. 유체 역학은 편미분 방정식 (보통 미분방정식과 대비하여)을 사용하며 경계선 조건 (초기 조건에 덧붙여)을 가지고 있다. 유체에 적합한 시뮬레이션 기술은 이 연속물의 다음 기사에서 조사할 상응하는 미묘함과 복잡성을 가지고 있다. 다음 기사에서는 격자 기반의, 격자가 없는 그리고 하이브리드 방법 등을 포함하고 있는 유체 시뮬레이션 기술을 조사할 것이다. 최종 기사에서는 소용돌이 입자 유체 시뮬레이션을 제공하며, 여러분은 게임에서 기존의 입자 시스템을 증가시키기 위하여 그것을 사용할 수 있다.